

**Liceo Scientifico Statale "Leonardo da Vinci"**

Via Ottorino Respighi, 5 – 20122 Milano C. F. 80127050153 – C.M. MIPS03000R

☎ Tel. 02/55187728 – 02/55187820 🌐 Sito internet: <https://www.liceoleonardomi.edu.it> ✉ e-mail: mips03000r@istruzione.it ✉LICEO SCIENTIFICO
"LEONARDO DA VINCI"
MILANOPEC: mips03000r@pec.istruzione.it**FUTURE CLASSI PRIME****a.s. 2024-2025****LAVORO ESTIVO****MATEMATICA**

8 Un autobus può contenere 80 passeggeri. Riusciranno una scolaresca di 16 alunni e 2 insegnanti a salirvi, sapendo che è già pieno per i $\frac{3}{4}$? [si]

9 Elisa deve preparare la sua torta preferita. La ricetta per 4 persone richiede 240 g di farina e 160 g di zucchero. Se la farina indicata nella ricetta è i $\frac{3}{8}$ di quella che si trova in dispensa, mentre lo zucchero è i $\frac{4}{5}$, riuscirà Elisa a fare una torta per 7 persone? [no]

Le frazioni equivalenti

> Teoria a pagina 94

10 **VERO O FALSO?** Sono equivalenti le frazioni:

- a. $\frac{3}{7}$ e $\frac{7}{3}$. V F c. $\frac{5}{3}$ e $\frac{65}{39}$. V F
 b. $\frac{3}{15}$ e $\frac{1}{5}$. V F d. $\frac{7}{8}$ e $\frac{3}{4}$. V F

EE $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \rightarrow a \cdot d = b \cdot c$

13 **YOU & MATHS** Fractions on the 0-1 segment

- a. Draw a horizontal segment that is 24 squares long, on graph paper.
 b. Label the endpoints 0 and 1.
 c. Put marks on the 0-1 segment for:
 • halves; • fourths;
 • thirds; • sixths.

Which points have multiple labels? Why?

Utilizzando la definizione, stabilisci se le seguenti coppie di frazioni sono fra loro equivalenti.

- 11** $\frac{4}{5}, \frac{8}{10}$; $\frac{6}{2}, \frac{10}{4}$; $\frac{0}{15}, \frac{2}{30}$
12 $\frac{12}{3}, \frac{4}{1}$; $\frac{1}{8}, \frac{2}{9}$; $\frac{0}{20}, \frac{0}{40}$

La proprietà invariantiva

> Teoria a pagina 95

14 **VERO O FALSO?** Applicando la proprietà invariantiva si può scrivere:

- a. $\frac{2}{3} = \frac{2 \cdot 3}{3 \cdot 2}$. V F c. $\frac{5}{8} = \frac{5+2}{8+2}$. V F
 b. $\frac{8}{6} = \frac{8:2}{6:2}$. V F d. $\frac{3}{2} = \frac{3 \cdot 2}{2 \cdot 2}$. V F

EE Moltiplicando o dividendo per uno stesso numero naturale diverso da 0 sia il numeratore sia il denominatore di una frazione, si ottiene una frazione equivalente.

I FONDAMENTALI Applicare la proprietà invariantiva

Scriviamo, se è possibile, la frazione:

- a. equivalente a $\frac{3}{7}$ con denominatore 14; b. equivalente a $\frac{3}{5}$ con denominatore 12.

a. $\frac{3}{7} \sim \frac{\dots}{14}$.

Il denominatore 14 si ottiene da 7 moltiplicando per 2 (infatti $14 : 7 = 2$). Applichiamo la proprietà invariantiva delle frazioni, moltiplicando numeratore e denominatore per 2:

$\frac{3}{7} \sim \frac{3 \cdot 2}{7 \cdot 2} = \frac{6}{14}$.

Possiamo trovare la frazione equivalente solo se il suo denominatore è multiplo di quello della frazione data.

b. $\frac{3}{5} \sim \frac{\dots}{12}$.

Non è possibile ottenere la frazione equivalente a $\frac{3}{5}$, perché il denominatore 12 non è multiplo di 5.

PROVA TU. Svolgi un esercizio simile interattivo per vedere se hai capito.

Applicando la proprietà invariantiva delle frazioni scrivi, quando è possibile, le frazioni equivalenti alle seguenti, in modo che abbiano, nell'ordine, denominatori 9, 10, 12, 14, 15, 18, 21, 35, 60, 84.

15 $\frac{1}{5}, \frac{2}{3}, \frac{4}{3}, \frac{5}{6}, \frac{5}{7}$.

16 $\frac{3}{4}, \frac{2}{9}, \frac{1}{2}, \frac{4}{5}, \frac{6}{11}$.

COMPLETA trasformando il numero dato nelle frazioni indicate.

17 $6 = \frac{\square}{2} = \frac{\square}{3} = \frac{\square}{5} = \frac{\square}{6}$

18 $1 = \frac{\square}{2} = \frac{\square}{3} = \frac{\square}{4} = \frac{\square}{10}$

19 **FAI UN ESEMPIO** Scrivi tre frazioni equivalenti a $\frac{7}{4}, \frac{8}{10}, \frac{2}{1}, \frac{0}{7}, \frac{1}{9}, \frac{11}{12}$.

20 Sottolinea le frazioni ottenute da $\frac{5}{4}$ applicando la proprietà invariantiva. Indica il fattore utilizzato.

$\frac{5}{2}, \frac{10}{4}, \frac{10}{8}, \frac{15}{16}, \frac{15}{12}, \frac{21}{20}, \frac{20}{12}, \frac{30}{24}, \frac{20}{16}, \frac{510}{404}, \frac{1500}{1200}$

La semplificazione di frazioni

> Teoria a pagina 96

Cancella le frazioni che non sono equivalenti alla prima; fra quelle rimaste, cerchia la frazione ridotta ai minimi termini.

21 $\frac{4}{10}, \frac{2}{9}, \frac{2}{5}, \frac{6}{10}, \frac{6}{15}, \frac{16}{20}, \frac{16}{21}, \frac{16}{40}, \frac{15}{35}$.

22 $\frac{80}{12}, \frac{21}{4}, \frac{40}{6}, \frac{60}{9}, \frac{60}{27}, \frac{10}{15}, \frac{20}{3}, \frac{100}{15}, \frac{120}{20}$.

23 $\frac{5}{30}, \frac{10}{15}, \frac{5}{6}, \frac{1}{6}, \frac{2}{12}, \frac{6}{31}, \frac{20}{120}, \frac{8}{90}, \frac{9}{34}$.

EE Per ridurre la frazione ai minimi termini dividiamo numeratore e denominatore per il loro MCD.

Riduci ai minimi termini le seguenti frazioni, qualora non lo siano già.

24 $\frac{12}{25}, \frac{15}{18}, \frac{12}{27}, \frac{9}{16}$. **27** $\frac{336}{42}, \frac{900}{495}, \frac{84}{294}, \frac{510}{68}$.

25 $\frac{24}{26}, \frac{60}{15}, \frac{20}{8}, \frac{63}{21}$. **28** $\frac{200}{120}, \frac{150}{180}, \frac{441}{112}, \frac{3036}{1515}$.

26 $\frac{2^2 \cdot 5}{3 \cdot 2 \cdot 5^2}, \frac{9 \cdot 16}{3^2 \cdot 2^3}, \frac{2^4 \cdot 3^2}{4^2 \cdot 2^3}, \frac{5^3 \cdot 7}{25 \cdot 7^4}$. **29** $\frac{2860}{4550}, \frac{2688}{1764}, \frac{10395}{1540}, \frac{21080}{50592}$.

30 **EUREKA!** **Cifre in gioco** Nell'espressione $\frac{K \cdot A \cdot N \cdot G \cdot O \cdot U \cdot R \cdot O \cdot U}{G \cdot J \cdot O \cdot C \cdot O}$ ogni lettera rappresenta una cifra diversa da zero; lettere uguali rappresentano cifre uguali e lettere diverse rappresentano cifre diverse. Qual è il più piccolo valore intero che questa espressione può assumere? («» indica il prodotto).

- A 1 B 2 C 3 D 5 E 7

[Kangourou Italia, 2011]

31 **EUREKA!** **Bianco e nero** In figura è riprodotto un logo disegnato accostando archi semicircolari i cui raggi misurano 2 cm, 4 cm o 8 cm. Quale frazione del logo è ombreggiata?

- A $\frac{1}{3}$ B $\frac{1}{4}$ C $\frac{1}{5}$ D $\frac{3}{4}$ E $\frac{2}{3}$

[Kangourou Italia, 2010]



La riduzione di frazioni a denominatore comune

Attività interattiva

> Teoria a pagina 96

Riduci le frazioni di ognuno dei seguenti gruppi al minimo denominatore comune.

32 $\frac{7}{2}, \frac{3}{5}, \frac{1}{2}, \frac{3}{5}, \frac{1}{6}, \frac{1}{2}, \frac{3}{8}, \frac{1}{4}$.

34 $\frac{23}{28}, \frac{1}{21}, \frac{2}{3}, \frac{3}{10}, \frac{2}{35}, \frac{1}{8}$.

33 $\frac{7}{15}, \frac{1}{30}, \frac{3}{10}, \frac{4}{6}, \frac{9}{10}, \frac{11}{30}$.

35 $\frac{1}{85}, \frac{2}{289}, \frac{3}{17}, \frac{3}{128}, \frac{1}{48}, \frac{1}{72}, \frac{1}{288}$.

FAI IL PUNTO SULLE COMPETENZE

Le potenze e le loro proprietà

GUARDA!
Fai questi esercizi
anche su ZTE



1 VERO O FALSO?

- Una potenza con base negativa ed esponente pari è positiva.
- Una potenza con base negativa ed esponente multiplo di 3 è negativa.
- Il quadrato di un numero negativo non è mai negativo.
- Il quadrato di un numero dispari è positivo.
- Una potenza è negativa solo se la base è negativa e l'esponente è dispari.
- La somma di una potenza con il suo valore assoluto può risultare uguale a zero.

V	F
V	F
V	F
V	F
V	F
V	F

2 VERO O FALSO?

- $(-4)^6 = -4^6$
- $(-1)^7 = -1$
- $-10^4 = -(-10)^4$
- $(-19)^2 = 19^2$
- $(-8) \cdot (-8) \cdot (-8) \cdot (-8) = -8^4$
- $-144 = (-12)^2$

V	F	V	F
V	F	V	F
V	F	V	F

3 COMPLETA le seguenti uguaglianze (a volte c'è più di una risposta possibile).

- $(-2)^{\square} \cdot (-2)^4 = (-2)^{11}$
- $(-3)^2 \cdot (\square)^2 = 36$
- $(-7)^{\square} \cdot (+7)^3 = (\square)^5$
- $(-2^3)^{\square} = (\square)^6$
- $[(+5)^{\square} \cdot (+5)^2]^3 = (+5)^{15}$
- $(-2)^3 + (-2)^4 = \square$

4 Determina il segno del risultato senza eseguire le operazioni.

- $(-9)^3 + (-9)^5 + (-9)^7$
- $-5^8 \cdot (-5)^4 : [(-3)^9]$
- $- \{ - [- (-8)^3] \} \cdot [- [- (-5)^7]]$

5 TEST Quale deduzione, con $a \in \mathbb{Z}$, è falsa?

- A $(-a)^3 > 0 \rightarrow a < 0$ B $(-a)^2 > 0 \rightarrow a > 0$ C $-(a)^2 \geq 0 \rightarrow a = 0$ D $-(a^3) < 0 \rightarrow a > 0$

6 VERO O FALSO? Considera $a \in \mathbb{Z}$.

- $a^5 \cdot (-a)^3 = a^2$
- $a^2 + a^3 = a^5$
- $-a^4 \cdot a^3 = (-a)^7$
- $a^7 - a^4 = a^3$
- $(-a^5) : [(-a)^3] = a^2$, con $a \neq 0$.
- $(-a^2)^3 = -a^6$

V	F	V	F
V	F	V	F
V	F	V	F

7 COMPLETA le uguaglianze (a volte c'è più di una risposta possibile).

- $(-3)^3 = \square$;
- $(\square)^1 = +7$;
- $(\square)^4 = +81$;
- $(-2)^6 = \square$;
- $(+4 - 12 + 33)^0 = \square$;
- $(\square)^5 = +1$.

8 TEST Una sola fra le seguenti uguaglianze è falsa. Quale? ($a, b \in \mathbb{Z}$)

- A $-(a)^2 = (-a)^2$ C $(-a)^3 \cdot (-a)^2 = -a^5$
 B $(-a)^3 \cdot (+b)^3 = -a^3 b^3$ D $(-ab)^3 = -a^3 b^3$

ASSOCIA a ciascuna espressione il suo risultato.

- | | | | | | |
|----------|-------------------|-----------|-----------|-----------------------------------|--------------|
| 9 | 1. 2^{3^2} | a. -2^9 | 10 | 1. $- (+4)^3 \cdot (-4)^2$ | a. -2^5 |
| | 2. $- [(-2)^3]^2$ | b. 2^6 | | 2. $- (+2)^4 \cdot (-2)^3$ | b. -2^2 |
| | 3. -2^{3^2} | c. 2^9 | | 3. $(-6)^3 : (+3)^3 \cdot (+2)^2$ | c. -2^{10} |
| | 4. $(-2^3)^2$ | d. -2^6 | | 4. $- (-2)^6 : (+4)^2$ | d. 2^7 |

11 Considera

$$a = (-2)^2 + (-2)^3 - (-2)^5 : (-2)^4, b = (-2)^4 \cdot (+3)^4 \cdot (+6)^5 : (-6)^9, c = (-3)^9 \cdot (+27)^4 : (-81)^5.$$

Calcola il valore di:

- a. a^c ; b. $(b^c)^{-a}$.

Le espressioni con i numeri interi

164 COMPLETA LO SVOLGIMENTO Calcola il valore della seguente espressione:

$$[15 - (13 \cdot 2 - 10)]^3 + [(-3)^2 \cdot (-2)^2 : 18]^5 : (-2)^4 - 2.$$

$$[15 - (13 \cdot 2 - 10)]^3 + [(-3)^2 \cdot (-2)^2 : 18]^5 : (-2)^4 - 2 = \quad) a^n \cdot b^m = (a \cdot b)^n$$

$$[15 - \square]^3 + [\square^2 : 18]^5 : (-2)^4 - 2 =$$

$$(\square)^3 + [\square : 18]^5 : (-2)^4 - 2 = \square + 2^5 : (-2)^4 - 2 = \quad) (-2)^4 = 2^4$$

$$-1 + 2^5 : \square - 2 = \quad) a^n : a^m = a^{n-m}$$

$$-1 + 2^{\square} - 2 = -1.$$

Per prima cosa osserviamo se è possibile applicare le proprietà delle potenze.

CACCIA ALL'ERRORE Le seguenti uguaglianze sono false. Correggi gli errori.

165 $17 - (3 + 4 - 7) = 17 - 3 + 4 - 7 = 11$

168 $(15 : 3 - 4)^2 + 5 - 3 \cdot (-3)^2 =$

166 $(-6)^2 : (3)^2 + 7 - 14 = -4 + 7 - 14 = -11$

$(5 - 4)^2 + 5 + 27 = 1 + 5 + 27 = 33$

167 $(18)^2 : (-6)^2 + (-2)^3 \cdot 2^2 - 16 + 1 =$

169 $(14 : 7 - 4)^0 + 6 - (13 + 7 - 6) =$

$(-3)^2 + (-2)^3 - 16 + 1 =$

$(2 - 4)^0 + 6 - 13 - 7 + 6 =$

$9 - 2 - 16 + 1 = -8$

$-2 + 6 - 13 - 7 + 6 = -10$

Calcola il valore delle seguenti espressioni.

170 $(2 + 45) + [(+3) + (-4)] + \{ (+6) + [(-14) + (-13) + (+9)] \} + (-17)$ [+17]

171 $+15 - \{ +7 + [-6 - (+15 - 6)] \} + 1 + \{ -[+6 - 4 + (3 - 2)] \} + 6$ [+25]

172 $[15 - (6 \cdot 3 - 5 \cdot 2) + 3] : [2 \cdot (-4) - 2] + 7 \cdot [(-6) \cdot 2 + 5]$ [-50]

173 $3 \cdot 3 - 2 + 5 + [3 + 10 - 20 + (3 - 2 - 10)] + [32 + 10 - (32 + 5 + 12) + 7]$ [-4]

174 $21 - 7 \cdot \{ 2 - [5 \cdot (4 - 3) - 2] \} + 6 + 5 \cdot \{ 7 \cdot [6 \cdot (3 - 1) - 4 \cdot (2 + 1)] \} - 4$ [-34]

175 $(10 + 6 \cdot 2^2) : (2^3 : 2^2) - 15 \cdot 2 + (7 - 4 \cdot 6) - (4 + 3 - 7^2)$ [+12]

176 $\{ 5 \cdot [10 - 2 \cdot (3 \cdot 7 - 5 \cdot 4)] \} \cdot 8 : 80 + [(4 + 3 \cdot 5) : (3 + 2 \cdot 8)]$ [+5]

177 $\{ [(10 - 6)^2 + 3 \cdot 10] : (6 : 3) \} + 4 + 3^2 - (2^4 - 1)$ [+21]

178 $(4 + 1)^3 - 6 \cdot 4^2 + [(4 - 2)^3 : 4 + 6] - 2^0 \cdot 3^3 : 9$ [+33]

179 $7 \cdot 5 + 2 \cdot [2 \cdot 5 + 2(5 - 1)] : 2 - 5^2 - (3 \cdot 2^3 : 4 + 3^2 \cdot 2)$ [+4]

12 Siano a e b due numeri naturali e $*$ l'operazione definita da: $a * b = 2ab + a - 3b$.

- a. Calcola $3 * 4$ e $4 * 3$. Vale la proprietà commutativa? [15, 19, no]
 b. Trova un controesempio che dimostri che l'operazione $*$ non è interna in \mathbb{N} .

13 Durante un'assemblea sono presenti 95 persone: di queste 35 hanno la stessa età, 5 in meno hanno un anno in più e le rimanenti hanno un anno in meno delle 35. Spiega perché la somma delle età dei partecipanti all'assemblea è divisibile per 19 e multipla di 5.

UTILIZZARE TECNICHE E PROCEDURE DI CALCOLO

TEST

14 Delle seguenti operazioni solo una *non* è eseguibile in \mathbb{N} . Quale?

- A $(7 - 4) + 5$
 B $(7 - 5) - 3$
 C $(7 + 5) - 9$
 D $9 - (7 - 5)$

15 Solo in una delle seguenti uguaglianze è stata applicata la proprietà invariantiva della divisione. Quale?

- A $36 : 12 = 34 : 10$
 B $36 : 12 = 24 : 1$
 C $36 : 12 = 9 : 3$
 D $36 : 12 = 3 : 1$

16 Quale delle seguenti uguaglianze *non* è corretta?

- A $10 - 7 + 2 = 10 - (7 + 2)$
 B $10 - 7 + 2 = (10 - 7) + 2$
 C $10 - 7 + 2 = 10 - 5$
 D $10 - 7 + 2 = 10 - (7 - 2)$

17 Solo in una delle seguenti uguaglianze è stata applicata in modo corretto la proprietà distributiva. Quale?

- A $(12 \cdot 6) + 3 = 36 \cdot 18$
 B $(12 : 6) + 1 = 13 : 6$
 C $(12 + 6) \cdot 2 = 24 + 12$
 D $(12 - 6) + 2 = 14 - 8$

18 Il successivo del numero $2n - 1$ è:

- A $2(n + 1) - 1$ C $2n + 1$
 B $2(n + 1)$ D $2n$

19 Il prodotto del numero naturale n , maggiore di 1, per il quadrato del suo precedente è:

- A $n^2 \cdot (n - 1)^2$ C $n^2 \cdot (n - 1)$
 B $n \cdot (n - 1)^2$ D $n \cdot n^2 - 1$

20 All'espressione $(5 \cdot a^3 \cdot b^2 \cdot c)^2$ viene applicata una proprietà delle potenze. Qual è l'espressione equivalente ottenuta?

- A $25 \cdot a^3 \cdot b^2 \cdot c^2$ C $5 \cdot a^6 \cdot b^4 \cdot c^2$
 B $25 \cdot a^6 \cdot b^2 \cdot c$ D $25 \cdot a^6 \cdot b^4 \cdot c^2$

21 **INVALSI** Nell'insieme dei numeri naturali, quale delle seguenti espressioni corrisponde a un quadrato perfetto?

- A $3^2 \cdot 2^3 \cdot 5^2$ C $3^2 \cdot 4^3 \cdot 5^2$
 B $3^2 \cdot 2^2 \cdot 5^3$ D $3^3 \cdot 4^3 \cdot 5^2$

22 **INVALSI** L'espressione $10^{37} + 10^{38}$ è anche uguale a

- A 20^{75} B 10^7 C $11 \cdot 10^{37}$ D $10^{37 \cdot 38}$

23 Per quale valore di $n \in \mathbb{N}$, se esiste, si verifica che $3^{2+n} = (3^2)^n$?

- A $n = 1$.
 B $n = 2$.
 C $n = 0$.
 D Nessun valore di n .

25 **COMPLETA** inserendo i simboli $<$, $>$ tra i naturali indicati.

- a. precedente di $n + 2$ successivo di $n - 1$, con $n \geq 1$;
 b. successivo di $n + 1$ precedente di $n + 2$;
 c. precedente del precedente di $n + 2$ successivo di $n - 3$, con $n \geq 3$.

26 **TEST** Applica i criteri di divisibilità per stabilire se le affermazioni sono vere o false.

- a. 2035 è divisibile per 5 e 25. V F d. 12116 è divisibile per 2, 4 e 11. V F
 b. 298 è divisibile per 2 e 4. V F e. 135 è divisibile per 3, 5 e 9. V F
 c. 825 è divisibile per 3 e 11. V F

27 **ASSOCIA** a ciascun numero la corretta scomposizione in fattori primi.

1. 3087 2. 3360 3. 3600 4. 3675
 a. $3^2 \cdot 7^3$ b. $2^4 \cdot 3^2 \cdot 5^2$ c. $3 \cdot 5^2 \cdot 7^2$ d. $2^5 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7$

28 Scrivi i seguenti numeri in ordine crescente.

$(9^2)^2$; $3 \cdot 27^2$; 9^5 ; 162 ; 18^2 .

29 Trova il numero naturale n tale che

$3^{30} - 3^{28} - 3^{27} = n \cdot 3^{27}$. [23]

30 Trova il numero naturale n che rende vera la seguente uguaglianza:

$(3^n \cdot 9^2)^3 = 27^4$. [0]

31 Dati

$a = 2^{(3^4)}$, $b = 3^{(4^3)}$, $c = 4^{(2^3)}$, $d = 4^{(3^2)}$, $e = 3^{(3^3)}$,

qual è il numero più piccolo e quale il più grande? (**SUGGERIMENTO** Scrivi i numeri come potenze di 2 o di 3. Confronta le potenze con lo stesso esponente o con la stessa base.)

[Olimpiadi della matematica, Giochi di Archimede, 1995]

$[a > e > b > d > c]$

Calcola il valore delle seguenti espressioni.

32 $\{[(4^3 - 4^2) : 2 - 3 \cdot 7] : 3\}^3 + 3 \cdot 5 - \{[(2^2)^3]^1\}^2 : (4^2 \cdot 4^3)$ [12]

33 $2^2 \cdot 3^2 \cdot 5^2 : (12^3 : 6^3 + 2)^2 + (1^0 + 2^0 - 3^0 + 4^0 - 5^0)$ [10]

34 $[5^2 - (3^3 - 3^3 : 3^2)] \cdot [2^4 - (2^2 - 3)] - (2^4 - 2^0) : 3$ [10]

35 $(6^3 \cdot 6^5 \cdot 2^8) : (3^5 \cdot 4^5 : 12^4)^8 + [(7^0)^3]^5 \cdot (3^2 \cdot 2^0 : 3)$ [4]

36 $[(15^3 : 3^3)^2 \cdot 2^6] : [(5^0)^4 \cdot 5]^6 - 3 \cdot (2^2 \cdot 5)$ [4]

37 $(8^3 : 4^3 \cdot 2^5) : (2^4)^2 + (4^3 \cdot 2^3)^4 : (4 \cdot 4^3)^3 - 2^2 \cdot (2^5)^2$ [1]

38 $[(36 : 3^2)^3 : 2^2] \cdot [(36 : 2^2)^3 : 3] : 144 - 144 : (7^0 + 5^2 - 3^2 - 2^0)$ [18]

39 $\{[17^2 - (15^2 + 8^2)]^4 + 8^4 : 4^5 + (3^4 : 3^2 - 1^2)^2\} : [(2^5 - 5^2)^2 - 8^2 : 2]$ [4]

40 $(6^{18} : 6^5 : 6^3 : 6^5) \cdot [12^{20} : 12^8 : (12^3)^4] : [3^2 \cdot 2^4 + (4^2)^3 \cdot (2^3 + 2^0 - 3^2)^3]$ [54]

41 $13 - 3 \cdot [81 : 3^3 + (3 \cdot 2^2 - 3^2)^3 + 3] : (25 - 2^4 + 2) - 2 \cdot \{2^3 - [6 + (5^2 - 3^2 - 4^2)^5] + 3 \cdot 6\} : 10$ [0]

24 **YOU & MATHS** Which of the following numbers is a perfect square?

- A $4^4 5^5 6^6$ B $4^4 5^6 6^5$ C $4^5 5^4 6^6$ D $4^6 5^4 6^5$ E $4^6 5^5 6^4$

[USA. AMC 12, 2002]

36 Semplifica le frazioni dei tre gruppi seguenti e poi trova il loro minimo denominatore comune.

a. $\frac{3}{21}, \frac{5}{20}, \frac{2}{42}$; b. $\frac{4}{30}, \frac{20}{24}, \frac{25}{60}$; c. $\frac{8}{20}, \frac{9}{30}, \frac{15}{90}$.

D I numeri razionali

> Teoria a pagina 96

37 VERO O FALSO?

- a. I numeri razionali si ottengono utilizzando tutte le coppie ordinate di numeri interi. V F
- b. Nell'insieme \mathbb{Q} le frazioni con denominatore 1 corrispondono ai numeri naturali. V F
- c. Il numero $\frac{2}{5}$ rappresenta anche le frazioni $\frac{4}{10}$ e $\frac{6}{15}$. V F
- d. Il numero razionale 3 è rappresentato dalle infinite frazioni in cui il denominatore è $\frac{1}{3}$ del numeratore. V F

Stabilisci se ciascuno dei seguenti insiemi di frazioni rappresenta un numero razionale e in caso affermativo scrivi la frazione irriducibile che lo rappresenta.

38 $\left\{ \frac{8}{10}, \frac{36}{45}, \frac{32}{40}, \frac{16}{20}, \dots \right\}$; **39** $\left\{ \frac{36}{90}, \frac{16}{40}, \frac{96}{240}, \frac{18}{45}, \dots \right\}$; **40** $\left\{ \frac{36}{15}, \frac{65}{25}, \frac{52}{30}, \frac{104}{40}, \dots \right\}$.

COMPLETA trasformando il numero intero dato nelle frazioni indicate.

41 $-1 = \frac{\quad}{5} = \frac{\quad}{-6} = \frac{\quad}{8} = \frac{\quad}{-25}$; **43** $8 = \frac{\quad}{2} = \frac{\quad}{-4} = \frac{\quad}{8} = \frac{\quad}{20}$

42 $-2 = \frac{\quad}{12} = \frac{\quad}{16} = \frac{\quad}{-18} = \frac{\quad}{-25}$; **44** $5 = \frac{\quad}{-6} = \frac{125}{\quad} = \frac{\quad}{-15} = \frac{\quad}{40}$

45 Per ognuno dei seguenti numeri, indica se appartiene a $\mathbb{N}, \mathbb{Z}, \mathbb{Q}$: $-5, -\frac{3}{4}, +\frac{1}{5}, 10, 0, -1$.

2 La rappresentazione e il confronto di numeri razionali

Attività interattiva

D La rappresentazione dei numeri razionali su una retta > Teoria a pagina 99

46 VERO O FALSO? Sulla retta orientata:

- a. $\frac{20}{25}$ e $\frac{12}{15}$ coincidono. V F
- b. $-\frac{1}{5}$ e $\frac{3}{15}$ sono alla stessa distanza da 0. V F
- c. $\frac{7}{5}$ è a sinistra di +1. V F
- d. $-\frac{4}{5}$ è a sinistra di -1 e a destra di 0. V F

I FONDAMENTALI Rappresentare un numero razionale sulla retta orientata

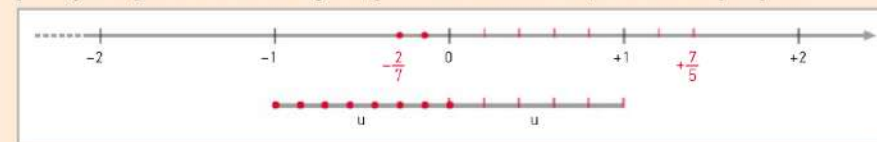
Disegniamo su una retta orientata le due frazioni $\frac{7}{5}$ e $-\frac{2}{7}$.

Disegniamo la retta orientata e l'origine 0. Scegliamo un segmento unitario di lunghezza adeguata.

Per scegliere l'unità di misura, valutiamo se le frazioni sono più grandi dell'unità.

Per rappresentare $\frac{7}{5}$ dividiamo il segmento unitario in 5 parti uguali e, partendo da 0, percorriamo

la retta verso destra, fermandoci dopo 7 passi. Per rappresentare $-\frac{2}{7}$, dividiamo il segmento unitario in 7 parti uguali e, poiché il numero è negativo, procediamo verso sinistra, fermandoci dopo 2 passi.



PROVA TU. Svolgi un esercizio simile interattivo per vedere se hai capito.

Rappresenta su una retta orientata le seguenti frazioni. Indica per ognuna se è propria, impropria o apparente.

47 $+\frac{1}{2}, +\frac{3}{4}, +\frac{1}{3}, -\frac{1}{2}, +\frac{8}{5}, +\frac{7}{8}$

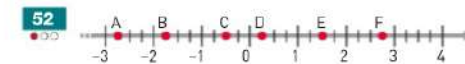
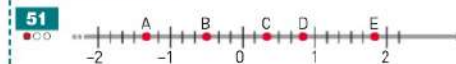
48 $-\frac{5}{6}, +\frac{3}{2}, +\frac{5}{4}, -\frac{8}{9}, +\frac{3}{3}, +\frac{9}{5}$

49 $-\frac{4}{3}, +\frac{5}{2}, -\frac{11}{6}, -\frac{7}{2}, +\frac{7}{6}, +\frac{5}{4}$

50 YOU & MATHS Fractions on the number line Place the following rational numbers on the number line.

$\frac{3}{4}, \frac{5}{2}, \frac{1}{3}, \frac{5}{4}$

IN FORMA GRAFICA Determina i numeri razionali rappresentati dai punti segnati sulla retta orientata.



D Il confronto di numeri razionali

> Teoria a pagina 99

53 VERO O FALSO?

- a. $\frac{1}{2} > \frac{1}{3}$ V F
- b. $\frac{4}{12} > \frac{1}{3}$ V F
- c. $\frac{7}{14} > \frac{1}{2}$ V F
- d. Tra due frazioni con lo stesso numeratore, diverso da 0, è maggiore quella che ha il denominatore minore. V F

54 Solo in una delle seguenti relazioni il simbolo di confronto è errato. Quale? Perché?

$\frac{5}{6} > \frac{4}{15}, -\frac{1}{2} > -\frac{1}{3}, \frac{2}{9} < \frac{7}{12}$

55 INVALSI Quale fra le seguenti disuguaglianze è quella corretta?

A $\frac{3}{10} < \frac{3}{5} < \frac{3}{20}$ C $\frac{5}{10} < \frac{3}{5} < \frac{13}{20}$

B $\frac{4}{10} < \frac{3}{5} < \frac{11}{20}$ D $\frac{7}{10} < \frac{3}{5} < \frac{13}{20}$

Confronta le seguenti coppie di frazioni mediante i prodotti in croce.

56 $\frac{5}{7}, \frac{2}{8}$; $\frac{1}{3}, \frac{1}{5}$; $\frac{5}{6}, \frac{3}{4}$; **58** $-\frac{1}{2}, -\frac{3}{4}$; $-\frac{2}{5}, -\frac{7}{8}$; $-\frac{8}{9}, -\frac{3}{8}$

57 $\frac{3}{8}, \frac{2}{7}$; $\frac{11}{12}, \frac{6}{7}$; $\frac{8}{9}, \frac{14}{15}$; **59** $-\frac{15}{115}, -\frac{1}{10}$; $-\frac{1}{8}, -\frac{15}{105}$; $-\frac{2^3 \cdot 5}{3}, -\frac{8^2 \cdot 9}{25}$

60 COMPLETA inserendo uno dei simboli $<, >, =$.

$-\frac{7}{8} \square -\frac{5}{6}$; $-\frac{8}{15} \square \frac{11}{20}$; $\frac{7}{9} \square \frac{49}{63}$; $-\frac{122}{3} \square -\frac{81}{2}$; $\frac{57}{2} \square \frac{83}{3}$

La moltiplicazione

> Teoria a pagina 102

99 VERO O FALSO? Il prodotto tra due numeri razionali discordi:

- a. è maggiore di entrambi i fattori.
- b. è minore del fattore maggiore.
- c. ha lo stesso segno del fattore minore.
- d. può essere maggiore di $\frac{3}{5}$.



$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d} \quad (\text{con } b, d \neq 0)$$

I FONDAMENTALI Moltiplicare frazioni

4

Calcoliamo: a. $\frac{12}{25} \cdot \frac{10}{9}$; b. $3 \cdot \left(-\frac{2}{5}\right)$.

$$\text{a. } \frac{12}{25} \cdot \frac{10}{9} = \frac{12 \cdot 10}{25 \cdot 9} = \frac{120}{225} = \frac{8}{15}$$

per definizione semplifichiamo

$$\frac{\overset{4}{\cancel{12}} \cdot \overset{2}{\cancel{10}}}{\underset{5}{\cancel{25}} \cdot \underset{3}{\cancel{9}}} = \frac{8}{15} \quad (\text{abbiamo diviso per 3 il 12 e il 9 e per 5 il 10 e il 25}).$$

Per risparmiare un passaggio, prima di eseguire la moltiplicazione, possiamo semplificare i fattori al numeratore e denominatore.

$$\text{b. } 3 \cdot \left(-\frac{2}{5}\right) = \frac{3}{1} \cdot \frac{-2}{5} = \frac{-6}{5} = -\frac{6}{5}$$

Oppure, più brevemente: $3 \cdot \left(-\frac{2}{5}\right) = \frac{3 \cdot (-2)}{5} = -\frac{6}{5}$.

Per il segno del risultato, vale la regola dei segni.

PROVA TU. Svolgi un esercizio simile interattivo per vedere se hai capito.



Calcola i seguenti prodotti.

100 $\frac{4}{3} \cdot \frac{9}{8}$; $\left(-\frac{1}{5}\right) \cdot \frac{25}{7}$; $\frac{12}{3} \cdot \left(-\frac{21}{35}\right)$; $\left(-\frac{27}{26}\right) \cdot \left(-\frac{39}{8}\right)$; $\frac{22}{33} \cdot \frac{3}{2}$.

101 $\left(-\frac{1}{5}\right) \cdot \frac{10}{2}$; $\left(-\frac{100}{7}\right) \cdot \left(-\frac{14}{1000}\right)$; $\left(-\frac{15}{4}\right) \cdot \left(-\frac{3}{20}\right)$; $\left(-\frac{1}{4}\right) \cdot \left(-\frac{8}{-7}\right)$.

102 $-\frac{1}{4} \cdot \frac{3}{8} \cdot \left(-\frac{2}{6}\right)$; $\frac{1}{2} \cdot \left(-\frac{2}{5}\right) \cdot \frac{10}{4}$; $\frac{2}{5} \cdot \left(-\frac{10}{8}\right) \cdot \frac{25}{6}$; $\left(-\frac{8}{3}\right) \cdot \left(-\frac{9}{12}\right) \cdot \left(-\frac{36}{5}\right)$.

103 $(-1) \cdot \frac{3}{2}$; $5 \cdot \frac{3}{7}$; $7 \cdot \frac{5}{25}$; $-3 \cdot \left(\frac{4}{9}\right)$; $-9 \cdot \left(\frac{9}{81}\right)$.

104 $\frac{5}{6} \cdot (-7)$; $\frac{2}{33} \cdot 11$; $\frac{5}{10} \cdot (-2)$; $\frac{21}{7} \cdot (-3)$; $-\frac{3}{18} \cdot 2$.

105 $\frac{10}{169} \cdot \left(-\frac{6}{5}\right) \cdot (+13)$; $(-27) \cdot \frac{1}{9} \cdot \left(-\frac{5}{6}\right)$; $\left(-\frac{8}{25}\right) \cdot (-3) \cdot \left(-\frac{125}{6}\right)$.

106 **COMPLETA** la tabella.

a	$\frac{2}{3}$		$-\frac{4}{9}$	$\frac{4}{9}$	$\frac{2}{3}$	-1
b		1				
a · b	1	$\frac{4}{9}$	$\frac{2}{3}$	0	-1	$-\frac{7}{5}$

3 Le operazioni in \mathbb{Q}


L'addizione e la sottrazione Attività interattiva



> Teoria a pagina 101

75 **VERO O FALSO?** Considera p, q, r, s numeri naturali, con $r \neq 0$ e $s \neq 0$.

- a. $\frac{p}{r} + \frac{q}{s} = \frac{p+q}{rs}$. V F c. $p + \frac{q}{s} = \frac{p+q}{s}$. V F
 b. $\frac{p}{r} - \frac{q}{s} = \frac{ps-qr}{rs}$. V F d. $\frac{p}{r} - q = \frac{p-qr}{r}$. V F

 $\frac{a}{b} \pm \frac{c}{b} = \frac{a \pm c}{b}$

I FONDAMENTALI Sommare e sottrarre frazioni

Calcoliamo: a. $+\frac{7}{2} - \frac{3}{5}$; b. $3 - \frac{4}{5}$.

a. $+\frac{7}{2} - \frac{3}{5} = +\frac{35}{10} - \frac{6}{10} = \frac{35-6}{10} = \frac{29}{10}$
mcm (2; 5) = 10

In forma abbreviata:

$+\frac{7}{2} - \frac{3}{5} = \frac{(10:2) \cdot 7}{10} - \frac{(10:5) \cdot 3}{10} = \frac{35-6}{10} = \frac{29}{10}$

b. $3 - \frac{4}{5} = \frac{15}{5} - \frac{4}{5} = \frac{15-4}{5} = \frac{11}{5}$


scriviamo 3 come frazione con denominatore 5

In forma abbreviata:

$3 - \frac{4}{5} = \frac{(5:1) \cdot 3}{5} - \frac{(5:5) \cdot 4}{5} = \frac{15-4}{5} = \frac{11}{5}$

Applichiamo la proprietà invariantiva per ricondurci al caso di frazioni con lo stesso denominatore.

Ogni numero intero si può scrivere come frazione con denominatore 1.

 **PROVA TU.** Svolgi un esercizio simile interattivo per vedere se hai capito.

Calcola le seguenti somme algebriche.

- 76** $\frac{1}{2} + \frac{3}{2} - \frac{5}{2} + \frac{7}{2}$; $\frac{4}{5} + \frac{6}{5} - \frac{20}{5}$; $-\frac{1}{12} - \frac{3}{12} - \frac{7}{12} + \frac{23}{12}$
77 $\frac{1}{2} - \frac{3}{5}$; $\frac{1}{5} + \frac{2}{3}$; $\frac{1}{6} - \frac{1}{2}$; $\frac{3}{8} - \frac{1}{4}$
78 $\frac{2}{3} - \frac{3}{2}$; $-\frac{5}{4} - \frac{4}{5}$; $-\frac{4}{5} + \frac{5}{4}$; $\frac{7}{8} - \frac{1}{2}$
79 $4 - \frac{1}{3}$; $\frac{4}{5} + 5$; $1 - \frac{1}{2}$; $\frac{3}{2} + 1$
80 $-5 - \frac{7}{8}$; $9 + \frac{1}{6}$; $2 - \frac{1}{4}$; $2 + \frac{1}{4}$
81 $\frac{2}{3} + \frac{1}{8} - 1$; $1 + \frac{3}{5} - \frac{6}{7}$; $\frac{3}{4} - 4 + \frac{1}{2}$; $\frac{4}{5} + \frac{1}{3} - 2$
82 $-\frac{8}{3} + 5 - \frac{2}{5}$; $\frac{5}{2} + 3 - \frac{3}{8}$; $12 - \frac{1}{3} - \frac{1}{9}$; $13 + \frac{1}{2} - 9$
83 $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + 1$; $\frac{2}{5} - \frac{1}{4} + \frac{3}{2} - 6$; $\frac{4}{3} - \frac{3}{4} + 2 - \frac{1}{2}$; $\frac{2}{5} - \frac{3}{2} + \frac{7}{10} - 1$

COMPLETA le seguenti uguaglianze.

- 84** $\frac{5}{8} + \square = \frac{45}{24}$; $\square - \frac{1}{3} = \frac{7}{18}$; $\square + \frac{5}{12} = \frac{4}{3}$; $\frac{2}{5} - \frac{1}{15} = \square$
85 $\frac{13}{30} - \square = \frac{11}{60}$; $-\frac{7}{18} = -\square - \frac{1}{3}$; $\frac{1}{6} = \square + \frac{3}{34}$; $-\frac{7}{6} + \square = -\frac{6}{7}$

